Análise de algumas dificuldades na resolução de uma atividade avaliativa envolvendo equação da reta

Analysis of some difficulties in the resolution of an evaluative activity involving straight line equation

AntonioSales¹ Leandro Inácio da Silva² Silvio César Pereira Lara³ Adriano da Fonseca Melo⁴ Ivonete Melo de Carvalho⁵

RESUMO:

A presente pesquisa é uma reflexão sobre dificuldades encontradas por alunos ao resolver questões de Geometria Analítica. Trata de questões que guardam proximidades conceituais e tem por objetivo responder à seguinte questão: "por que duas questões, aparentemente iguais, envolvendo equação da reta produziram resultados tão diferentes?". Para tanto, foram utilizados alguns conceitos da semiótica e, em particular, da Teoria dos Registros de Representações Semióticas, proposta por Raymond Duval. Assume que a atividade Matemática se processa através de transformações denominadas de conversão e de tratamento, conforme o caso. Pelo olhar semiótico os símbolos podem ser compreendidos pelos alunos como o valor agregado a cada um, dependendo da localização. A coleta de dados ocorreu por meio da observação das aulas e da realização de prova. Após a correção do professor, teve-se acesso aos resultados, identificando duas questões que tratavam de Equação da Reta e, no entanto, exigiam procedimentos de resolução diferentes. Conclui-se que, o trabalho com as fórmulas esconde vários significados envolvidos e que se uma questão exige mais processos de convergência e tratamento, pode aumentar ou diminuir a dificuldade de resolução do aluno.

Palavras-chave: Semiótica. Signos. Conversão. Tratamento.

Abstract:

The present research is a reflection on the difficulties found by students in solving questions of Analytical Geometry. It deal with issues that keep proximities conceptual and aims to answer the following question: "why two seemingly equal questions involving equation of the straight line produced results as many different?". For this, some concepts of semiotics and, in particular, the Theory of Registers of Semiotic Representations, proposed by Raymond Duval, were used. It assumes that the Mathematical activity is processed through transformations denominated of conversion and of treatment, as according the case. By the semiotic look the symbols can be understood by the students as the value added to each one, depending on the location. The data collection took place through the observation of the classes and the performance of the test. After the teacher's correction, the results were obtained by identifying two questions that dealt with the equation of the straight line and, nevertheless, required different resolution procedures. It is concluded that the work with the formulas hides several meanings involved and that if an issue requires more processes of convergence and treatment, it can increase or decrease the student's difficulty of solving

Keywords: Semiotics. Signs. Conversion. Treatment.

¹Licenciado em Matemática, Mestre e Doutor em Educação.Docente Senior da UEMS e professor da UNIDERP-ANHANGUERA profesales@hotmail.com

²Licenciando em Matemática pela UNIDERP-Anhanguera <u>inaciosilvabmb@gmail.com</u>

³Licenciando em Matemática pela UNIDERP-Anhanguera <u>silviocesarpererialara@gmail.com</u>

⁴Licenciado em Matemática, Mestre em Educação Matemática. Professor na <u>UNIDERP-Anhanguera-adriano, melo@uniderp.edu.br</u>

⁵Licenciada em Matemática, Mestre em Educação.Professora na UNIDERP-Anhanguera. <u>ivonete.carvalho@uniderp.edu.br</u>

INTRODUÇÃO

Na tentativa de conduzir uma experiência de iniciação científica buscou-se, durante o Estágio Supervisionado, catalogar "problemas" envolvendo a relação professor-aluno-saber, que pudessem ser analisados à luz de alguma das teorias que povoam a Didática da Matemática Francesa, objeto do nosso estudo no grupo durante o primeiro semestre letivo de 2016. Por problema estávamos entendendo qualquer fato, mesmo corriqueiro, que pudesse provocar uma interrogação, que lhes despertasse o desejo de saber mais a respeito dele.

Ao iniciar o período de estágio, os acadêmicos tiveram contato com a sala de aula da educação básica na condição de observador e colaborador. O primeiro desafio consistiu em abandonar a ideia de que tudo que se passa naquele ambiente é natural, de que tudo ali, simplesmente, faz parte do processo ou tem uma explicação simples.

Elegeu-se como uma das ações do estagiário procurar por fatos que pudessem se tornar objetos de pesquisa. O objeto seria qualquer manifestação do aluno ou do professor ou ainda, qualquer aspecto de prova ou de resolução de exercício que lhes despertasse a curiosidade. Como aprendizes da arte da pesquisa, deveriam aprender a interrogar, a problematizar tudo que aparecesse em sala de aula durante aquele período. Deveriam aprender a questionar e, dessa forma, se transformarem em problematizadores.

Desse contexto surgiu o problema que é objeto de análise neste trabalho: por que duas questões, aparentemente iguais, envolvendo equação da reta produziram resultados tão diferentes? Para discutir a questão recorremos a alguns elementos da teoria dos registros e às aprendizagens intelectuais, analisando a contribuição da semiótica no estudo da matemática.

1. SEMIÓTICA

Semiótica, segundo Santaella (1983), é a ciência geral de todas as linguagens. Ela estuda a comunicação. Também é a ciência do signo. Signo é aquilo que representa algo para alguém. Ele pode não representar a mesma coisa para todo mundo porque o interpretante atribui o significado ao signo associando-o a um objeto ou a uma ideia.

Em uma perspectiva paralela, Casabó (2001) assume que a atividade matemática se realiza através de registros de representação. Registros múltiplos que são denominados de ostensivos, ou que se mostram (que podem ser vistos ou tocados), em oposição às ideias (objetos não ostensivos) que permaneceriam inacessíveis ao interpretante ou observador se não fosse a mediação dos registros, signos ou representações. Essas representações não são necessariamente escritas, podem ser gestuais, verbais, gráficos ou mesmo um objeto, um artefato manipulável.

As ideias matemáticas são objetos cuja existência é definida institucionalmente, mas não são acessíveis aos sentidos, exceto pela mediação das representações. Ou como escreveram Santos e Menezes (2015, p. 650):

⁶ GPPDPM – Grupo de Pesquisa sobre Práticas Docentes do Professor de Matemática

O objeto irá existir no momento em que for reconhecido como existente por uma pessoa X ou instituição I. Com isso, aparecerão a relação pessoal de X com O, que será denotada por R(X, O), e a relação institucional de I com O, R(I, O). Ou seja, o objeto irá existir caso seja reconhecido por, pelo menos, uma pessoa X ou instituição I.

É interessante observar que, nessa perspectiva, a atividade matemática se realiza mediante representações. Representações essas que não se excluem mutuamente, podendo, por vezes, ser necessário recorrer a mais de um deles para expressar a mesma ideia e cada registro pode ter valências diferentes para determinada operação.

2. REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Estudando os registros de representações, Duval (2003) destaca as transformações dessas representações como uma etapa do processo da atividade matemática. Essas transformações podem ser de dois tipos:

- a) O tratamento, quando a transformação ocorre no interior de um mesmo sistema. Um exemplo ocorre quando obtemos o número10 a partrir de 2×50u de 7+3. Sete mais três é uma operação que resulta em dez e, no entanto, ambos pertencem ao mesmo sistema decimal ou, mais especificamente, ao conjunto dos números naturais (BRANDT et al, 2009).
- b) A conversão, quando a transformação não ocorre no interior de um mesmo sistema. Quando, por exemplo, representamos y=x por meio de uma reta, plotada no plano cartesiano de tal modo que seja a bissetriz dos ângulos que determinam o primeiro e o terceiro quadrantes. No processo de transformação ou conversão alguns registros mantêm uma relação direta entre si enquanto outros se distanciam. Essa relação direta ou ausência de relação do novo registro em relação ao anterior é denominada, por Duval (2003), de congruência e de não congruência, respectivamente.

Exemplificando, pensemos em uma circunferência, situada no primeiro quadrante, com centro no ponto (x_c,y_c) e com raio r. A sua equação reduzida $(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 = r^2$, no entanto, sugere de imediato, que ela esteja situada no terceiro quadrante em virtude do sinal de subtração que pode ser confundido, por um leitor pouco atento, como sinal dos componentes do centro da mesma. De igual modo o r^2 (quadrado da medida do raio) pode ocultar a realidade de que o raio seja um segmento com $\sqrt{r^2}$ unidades de comprimento. Então r^2 é um número e não um segmento (raio) e nem se refere à área de um quadradode lado r.

Dessa forma, se definirmos que queremos uma circunferência de centro no ponto P(-1, 2) e raio 2, fazemos $(x+1)^2+(y-2)^2=4$. Ao fornecermos essa equação a um software gráfico ele procederá a conversão nos devolvendoimagem de uma circunferência.

Uma questão que surge e que poderá servir de hipótese para uma nova investigação é se o aluno não interpretaa passagem de $(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$ para $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$ como uma conversão parcial tendo em vista que para ele o domínio da álgebra se limita ao uso de letras⁷.

⁷A hipótese seria: o aluno dirá que $(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$ é uma equação algébrica e que $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$ é uma equação parcialmente algébrica e parcialmente aritmética:

É nessa perspectiva de congruência e não congruência de registros que nos propusemos analisar duas questões presentes em uma prova de matemática para o Ensino Médio de uma escola pública em Campo Grande, Mato Grosso do Sul.

3. METODOLOGIA

A presente pesquisa se classifica como qualitativa, descritiva e analítica tendo como referência teórica principal os Registros de Representação Semiótica. O trânsito pela Semiótica, representada por Santaella (1983;2004), e os instrumentos de representação discutidos por Casabó serviram apenas como pano de fundo para dar maior destaque aos Registros, segundo a perspectiva de Duval. Também foi uma forma encontrada de articular o local com o global, os problemas que acontecem em sala de aula com as discussões em âmbito mais amplo que acontecem no espaços acadêmicos.

Trata-se de uma pesquisa orientada para um problema específico (MINAYO, 2014) que é a dificuldade dos estudantes do Ensino Médio para procederem as transformações e conversões necessárias à resolução de Geometria Analítica, envolvendo a equação, o gráfico ea reta.

O processo coincidiu com o início do estágio obrigatório dos acadêmicos de licenciatura em Matemática do quarto semestre, ocorrido no segundo semestre do ano de 2016, em uma escola pública de médio porte e alunos do Ensino Médio, que dista aproximadamente 10 quilômetros do centro de Campo Grande , capital de Mato Grosso do Sul.

Um estágio normalmente é dividido em dois momentos complementares entre si. Um deles para observação da rotina escolar, participação indireta nas atividades e vivência da prática rotineira do professor regente⁹; em que o acadêmico desempenha a função de expectador, bem como de auxiliar no planejamento e participação das diversas tarefas relativas à docência. Uma segunda parte do trabalho do estagiário inclui o contato direto com o aluno.

No presente caso, a primeira parte deu-se através de uma passagem rápida, sendo que a experiência se concentrou na segunda parte e ocorreu aos sábados pela manhã, na forma de oficinas com atendimento prioritário para alunos da escola que obtiveram baixo rendimento nas disciplinas de matemática e física. Uma vez satisfeita essa condição, o atendimento pode ser extensivo e aberto a toda comunidade estudantil.

O problema em pauta surgiu no mês de setembro. Após concluir a exposição do conteúdo, o professor titular da sala aplicou uma prova de rotina para a turma do terceiro ano do Ensino Médio sobre Geometria Analítica, especificamente, sobre retas e suas equações.

⁸ Segundo estimativas do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) para o ano de 2016, Campo Grande tem cerca de 860 mil habitantes (IBGE, 2010).

⁹O professor regente é Licenciado em Matemática, Mestre em Educação e atua também como docente em curso de licenciatura. Possui experiência de aproximadamente 30 anos no magistério e mantém ainda o entusiasmo da juventude.

Os acadêmicos participaram da organização da sala, auxiliaram na distribuição das folhas de questões, enquanto o professor escrevia no quadro um resumo de todas as fórmulas e algumas particularidades da geometria analítica. A prova era composta por cinco questões.

A primeira questão envolvia a condição da linearidade entre três pontos. Fornecia dois pontos específicos e um com a abscissa em aberto para que se determinasse o seu valor. Uma opção seria o aluno pensar em um triângulo de área nula e, através do determinante, produzir uma equação que lhe permitiria calcular x (DANTE, 2005). Essa é a condição de alinhamento entre três pontos normalmente explorada nos livros didáticos do Ensino Médio, tendo em vista que nesse nível de escolaridade a Geometria Analítica não recebe tratamento vetorial. A segunda questão fornecia um ponto com a ordenada em aberto, a equação geral de uma reta e solicitava que se determinasse o valor de k para que o ponto pertencesse à reta. A terceira e a quinta questões são objetos de análise e são indicadas pelas figuras 3 e 4. A quarta era uma questão teórica envolvendo a posição relativa de duas retas. Todas eram de múltipla escolha.

Aos olhares dos estagiários parecia que a questão mais dificil seria a (a primeira)que envolvia determinantes (condição de alinhamento entre três opontos), tendo em vista que o assunto já tinha saído de pauta há algum tempo. No entanto, a correção da prova trouxe surpresas e mostrou haver certa discrepância no número de acertos entre as duas questões que envolviam conversão de gráficos em equações (fig. 3-4), visto que envolviam o mesmo raciocínio e procedimento para resolvê-las. Dessa forma, decidiu-se por investigar que elementos das questões provocariam o acerto ou o erro.

O professor regente comentou, logo após o término da prova, que ele esperava que os alunos resolvessem ambas as questões (figs. 3-4) utilizando equação segmentária da reta. Este fora o seu enfoque nas aulas. De acordo com Dante (2005), podemos definir equação segmentária como:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Dessa forma, tendo a equação: ax + by = c

Pode-se proceder do seguinte modo:

Primeiro passo:

$$\frac{ax}{c} + \frac{by}{c} = \frac{c}{c}$$

Segundo passo:

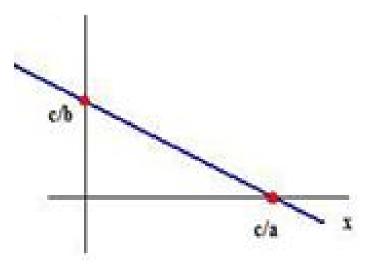
$$\frac{x}{c/a} + \frac{y}{c/b} = 1$$

Com esse procedimento obtém-se a abscissa ou componente do ponto de intersecção com eixo:x,

isto é,
$$(\frac{c}{a})$$
.

E a ordenada, ou componente do ponto de intersecção com eixo:y, ou seja, $(\frac{b}{b})$ (fig. 1).

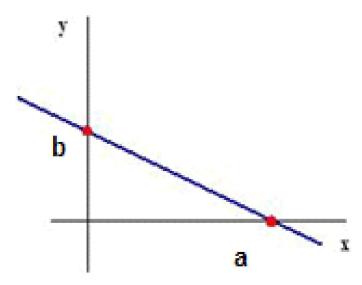
Figura 1: Coordenadas da reta ax + by = c



Fonte: Autores (2 017).

Uma reta \mathbf{r} que não passa por (0, 0), intersecta o eixo Ox no ponto $\mathbf{A}(a, 0)$ e intersecta o eixo Oy no ponto $\mathbf{B}(0, b)$ (fig. 2).

Figura 2: Coordenadas da reta ax + by = c



Fonte: Autores (2017).

Calculando o coeficiente angular, temos:

$$m = \frac{0-b}{a-0} \Rightarrow m = \frac{-b}{a}$$

Usando a forma reduzida y = mx + n, em que:

$$m = \frac{-b}{a}$$

Assim como:

$$n = b$$

Tem-se:

$$y = -\frac{b}{a}x + b \Rightarrow ay = -bx + ab \Rightarrow ay + bx = ab$$

Dividindo ambos os membro por:

ab (
$$a\neq 0$$
 e $b\neq 0$)

Ter-se-á:

$$\frac{ay}{ab} + \frac{bx}{ab} = \frac{ab}{ab} \Rightarrow \frac{y}{b} + \frac{x}{a} = 1$$

Outra alternativa seria utilizar os dois pontos dados, determinar o coeficiente angular da reta, ou seja, o valor de m.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$$

Posto dessa forma, retornemos à provapara analisar as duas questões propostas.

Resultados da correção da questão 3:

- a) Total de alunos: 35;
- b) Acertos: 6 (resposta alternativa C);
- c) Erros: 29 (dos quais 18 marcaram a alternativa A).

Há que se levar em conta que em toda proposição há uma intencionalidade, uma ideologia norteadora. Há, portanto, duas mensagens em cada texto: uma objetiva, que consiste na decifração direta dos códigos ou leitura literal do texto ou figura; a outra mensagem é subjetiva e, para entendê-la, é necessário imergir no mundo do autor e procurar desvelar a ideologia que ela oculta e a intencionalidade de quem a propôs.

As duas figuras, de forma direta, sugerem que há uma equação por trás de cada gráfico, pois é dessa forma que se desenvolve um conteúdo qualquer de Geometria Analítica. Todo gráfico é precedido de uma equação e a interpretação de um gráfico implica em determinar a forma da figura geométrica denominando-a pelas suas propriedades (designação nominal, crescimento e decrescimento, domínio e imagem, equação geradora).

A interpretação ideológica é bem mais sutil e requer que o sujeito avaliado esteja atento ao que foi enfatizado em sala de aula pelo professor. O tipo de equação preferido por ele ou mais utilizado durante as mesmas, as propriedades mais enfatizadas, entre outras. Nos casos em que a questão seja um reaproveitamento, o sujeito precisa estar atento ao contexto educacional mais amplo, às tendências dos elaboradores de provas, para perceber a ideologia que subjaz. De forma geral o que se quer é que o aluno seja capaz de fazer conversão de um sistema para outro, seguido de um tratamento dentro desse segundo sistema.

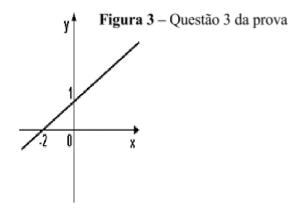
Conforme Trevizan (2000, p. 22-24) há uma cultura sendo retratada em uma imagem e determinando as relações "dos signos entre si", "dos signos com os conteúdos" e "dos signos com os usuários".

Por outro lado, Santaella (2004, p. 48) destaca que:

3. (PUC/MG) O gráfico mostra uma reta_de equação y = mx + n, representada no plano cartesiano abaixo.

O valor de m + n é:

- (a) 1
- (b) 2/5
- (c) 3/2
- (d) 2
- (e) 3/5



Fonte: Cópia da prova aplicada (2016).

[...] as mensagens podem ser analisadas em si mesmas, nas suas propriedades internas, quer dizer, em seus aspectos qualitativos sensórios, tais como na linguagem visual, cores, linhas formas [...] os qualisignos das mensagens.

Prossegue Santaella (2004, p. 48) relatando que essas mensagens podem ser também analisadas pelo "[...] caráter geral de algo que pertencem a uma classe de coisas [...] os legi-signos".

Ambas as figuras possuem o caráter geral de serem retas e, portanto, podem ser representadas por equações do primeiro grau. Na questão de número 3 a resposta requerida é um número e não diretamente uma equação, embora subjetivamente a equação esteja presente. Requeria, portanto, uma conversão do sistema gráfico para o algébrico e depois um tratamento dentro do sistema algébrico.

O número, inclusive, já aparece pronto. Embora a obtenção desse número passasse pela determinação de uma equação essa não era a mensagem objetiva, mesmo porque determinado valor da equação (o coeficiente linear) pode ser obtido diretamente do gráfico. Tendo em vista ainda que a equação pertence ao sistema algébrico, a conversão para o domínio da aritmética pode ser uma primeira dificuldade. Isto é, pode haver uma não congruência entre o que se pede e odado que se oferece.

A mensagem indireta era: determine a equação, transforme-a em outra e depois obtenha o número solicitado. Na questão de número 5, a mensagem objetiva, direta coincide com a indireta ou subjetiva. Não há necessidade de transformação de um registro em outro, após a determinação da equação.

Ambas, entretanto, requeriam uma conversão de um registro gráfico para um número ou para uma equação, mas somente a terceira (fig. 3) requeria um tratamento.

Para resolver a questão era necessário proceder os passos que seguem.

Através da aplicação da equação segmentária da reta, encontravam-se diretamente a equação geral da reta e depois a equação segmentária da reta. Dessa forma, a solução esperada era:

$$m = \frac{0-1}{-2-0} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$
 e $n = 1$

Substituindo na forma reduzida teremos:

$$y = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow 2y = 1x + 2 \Rightarrow 2y - 1x = 2$$

Dividindo ambos os membros por 2, teremos: $y - \frac{1}{2}x = 1$ $y = \frac{1}{2}x + 1$ (equação reduzida)

Assim o tratamento m+n se processa da seguinte forma:

$$\frac{1}{2} + 1 = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$$

E pelo processo de encontrar o coeficiente angular?

$$m = \frac{0-1}{-2-0} \Rightarrow m = \frac{1}{2} e n = 1$$

Assim:
$$\frac{1}{2} + 1 = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$$

A resposta correta é $\frac{3}{2}$ e apenas 17%, em valores aproximados, acertaram. A resposta que teve maior adesão foi a que indica o valor1 como correto. Cinquenta e um por cento (51%) dos slaunos optaram por ela. Analisando o processo, nota-se que os alunos entenderam que ao encontrar a equação reduzida teriam obtido o resultado esperado, visto que, entre as alternativas há a resposta 1. A análise de tal resultado requeria que os alunos fossem ouvidospara expressar quais das hipóteses seguintesseria a verdadeira.

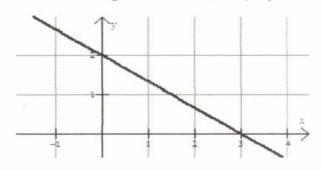
- a) Hipótese1: há dificuldade em converter o registro geométrico para o algébrico.
- b) Hipótese 2: ocorreu uma saturação de fatores (conversão e tratamentos) induzindo a um apressamentono processo de resolução.

A resolução exigia que se transformasse, ao final, uma expressão algébrica em um número, implicando na conversão do sistema algébrico(álgebra aqui entendida no sentido restrito que o aluno entende, isto é, operação com letras) para o sistema aritmético (somente números).

Esse processo pode se configurar uma dificuldade no momento da prova, com relação a questões com esse perfil, visto que o registro na forma geométrica torna atrativa uma das alternativas.

a sequência, a quinta questão da prova (fig. 4).

5) Considerando ó gráfico abaixo, a equação da reta é:



- a) 3y + 2x + 6 = 0
- b) $x \frac{2}{3}y 3 = 0$
- c) 2x + 3y 6 = 0
- d) $y \frac{2}{3}x + 2 = 0$

Resultados da correção da quinta questão:

- a) Total de alunos: 35;
- b) Acertos: 21 respostas (resposta a alternativa C);
- c) Erros: 14 (dos quais 7 marcaram a alternativa A).

Esta quinta questão (fig. 4) trazia ainda um quadriculado. A intenção dessa variável didática não está clara no texto. Tendo em vista que é muito comum aparecerem gráficos sem a sua presença; não fica evidente e não está nos planos deste trabalho analisar essa variável.

Para resolver a questão era necessário proceder aos seguintes tratamentos algébricos nos registros, através da aplicação da equação segmentaria da reta, encontrar diretamente a equação geral da reta

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \rightarrow 2x + 3y = 6$$

Então:

$$2x+3y-6=0$$

Aproximadamente 74% dos alunos marcaram a resposta correta.

Era como se pode ver, mais direta das duas.

O número menor de transformações necessárias para a sua realização pode ter sido fator que contribuiu para que 3/5 dos alunos acertassem enquanto pouco mais de 1/7 acertaram a anterior.

CONCLUSÃO

Pode-se perceber que as questões são realmente muito parecidas e se faz necessário que o aluno entenda e interprete os gráficos. Transforme os gráficos em expressões algébricas por meio da equação segmentária da reta, que foi um dos enfoques do professor para resolução de problemas envolvendo gráficos.

A questão de número 5 da prova não solicitou nada, além da aplicação direta da fórmula para encontrar a resposta, enquanto a questão de número 3 exigia um nível maior de conhecimento dos símbolos, processase mais transformações. Dessa forma, o aluno deveria transitar pelo assunto convertendo registros geométricos em algébricos, fazer tratamento algébrico e, por fim, converter álgebra em aritmética. Era preciso transformar equação segmentária em uma equação geral, depois em uma equação reduzida e, por fim, identificar e somar os coeficientes angular e linear.

Outro fato que deve ser mencionado é que os alunos estavam adaptados com a equação geral do tipo:

$$ax + by + c = 0$$

Quando transformam em equação reduzida ela fica do tipo:

$$y = mx + n$$

E na equação segmentária da reta fica assim:

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1$$

Pode-se perceber que os alunos memorizam e associam as letras para certas posições, pois, quando há alteração de um símbolo em determinada posição gera dificuldades de interpretação. Percebe-se, ainda que, na questão 3 da prova o aluno faria o seguinte desenvolvimento:

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1 \rightarrow ax + by + c = 0$$
 \rightarrow $y = mx + n$

Nota-se que há dificuldades na manipulação algébrica, na transformação de uma forma para a outra. Fato esse que parece ser comum nessa fase do desenvolvimento estudantil, tendo em vista que a experiência destes pesquisadores revela que tal dificuldade atinge um alto percentual de estudantes.

É comum nesta região, os alunos associarem matemática com aplicação de fórmulas prontas, acabadas. Trabalharem diretamente com modelos prontos que podem ser aplicados para resolver exercícios de aplicação da teoria, a saber, exemplos pré-elaborados com o objetivo de exemplificar a teoria apresentada. Nem sempre aparecem exemplos de aplicação cotidiana sem manipulação prévia, com necessidade de arredondamentos e adequações ao contexto escolar.

REFERÊNCIAS

BRANDT, Célia Fincket al. Teoria dos registros de representação semiótica: contribuições para a aprendizagem da matemática. **X EPREM**: Encontro Paranense de Educação Matemática. Educação Matemática no Paraná- 20 anos: avanços, desafios e perspectivas. 17 a 19 de setembro de 2009. Disponível em: http://www.unicentro.br/editora/anais/xeprem/CC/26.pdf Acesso em: 25 de jun de 2017.

CASABÓ, Mariana Bosch. **Un punto de vista antropológico:** la evolución de los "instrumentos de representación" en la actividad matemática. Sociedad Española de Investigación en Educación. Cuarto Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación. Huelva: Universidad de Huelva, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: volume único. Livro do professor. São Paulo: Ática, 2005.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Alcântara (Org.). **Aprendizagem em Matemática:** registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **O Desafio do Conhecimento**: pesquisas qualitativas em saúde. 14.ed. São Paulo: HUCITEC, 2014.

SANTAELLA, Lucia. **O que é semiótica?** São Paulo: Brasiliense, 1983.

. Semiótica aplicada. São Paulo: Pioneira / Thomson Learning, 2004.

SANTOS, Marcelo Câmara dos; MENEZES, Marcus Bessa de. A teoria antropológica do didático: uma releitura sobre a teoria. **Perspectivas da Educação Matemática,** Campo Grande, MS, v. 8, n. 8, p. 648-670, 2015. Disponível em: http://200.129.202.50/ojs/index.php/pedmat/article/view/1456/979 Acesso em: 7 out. 2016.

TREVIZAN, Zizi. O leitor e os diálogos dos signos. São Paulo: Clíper Editora, 2000.